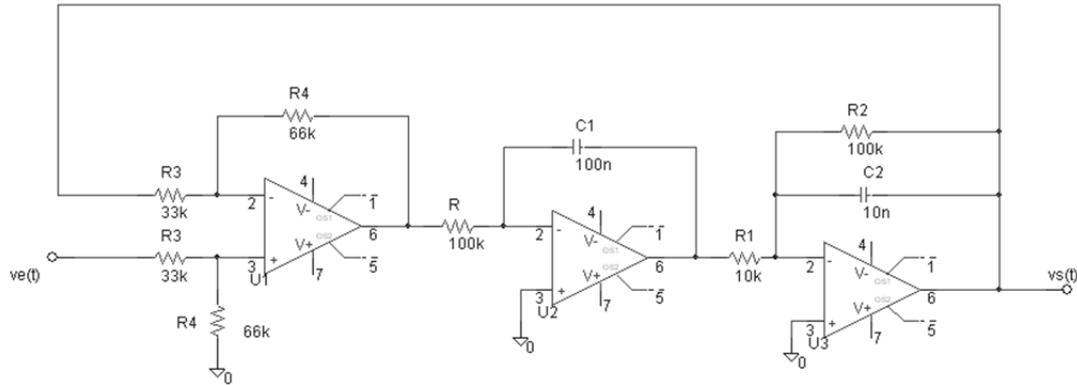


**1. Problema (3 puntos -60 minutos)**

Para el circuito de la figura, considerando que los amplificadores operacionales son ideales, se pide:



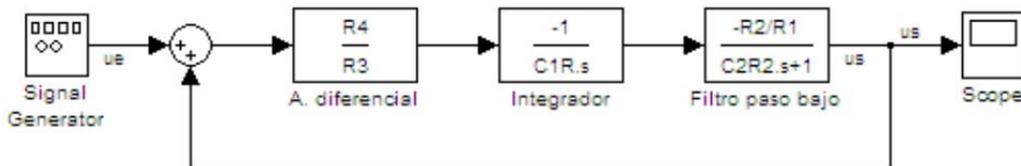
1. Dibujar el diagrama a bloques y demostrar que la ganancia de la cadena abierta es:

$$GH = \frac{2 \cdot 10^3}{s(1 + s \cdot 10^{-3})}$$

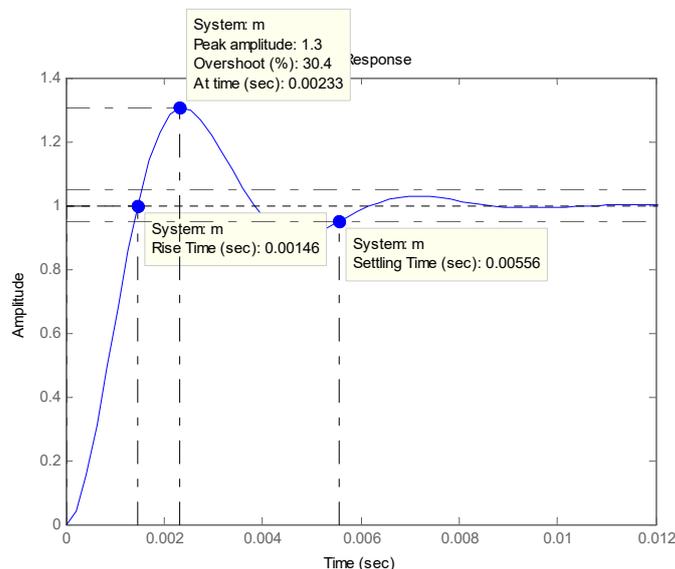
2. Respuesta temporal ante un escalón unitario, indicando los valores de tiempo de establecimiento, de pico, de subida y el valor de la sobre-oscilación.
3. Diagrama de Bode y curva polar de la cadena abierta y de la cadena cerrada.
4. Margen de fase y ganancia.

**Resolución**

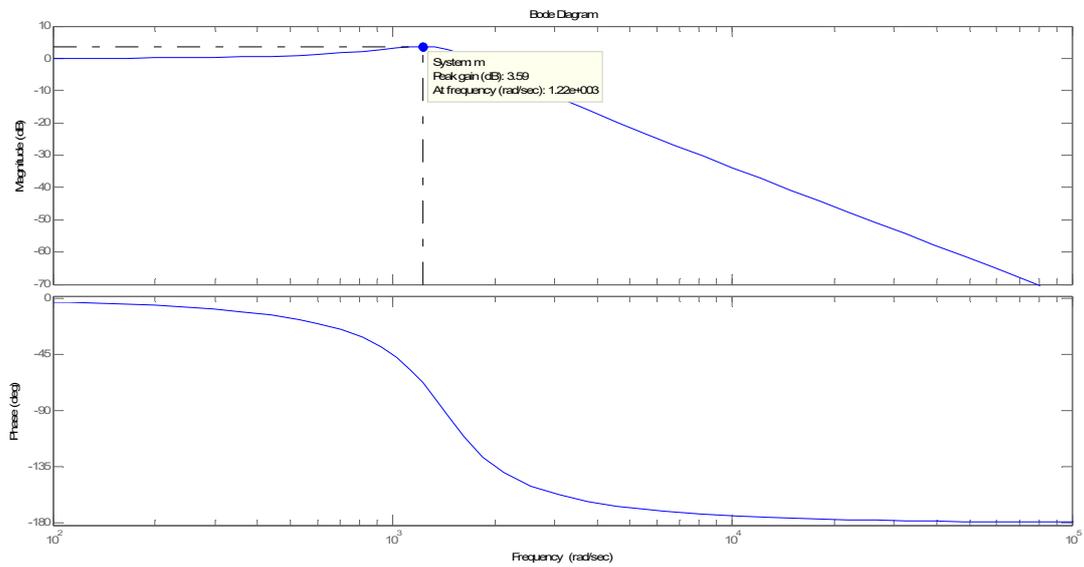
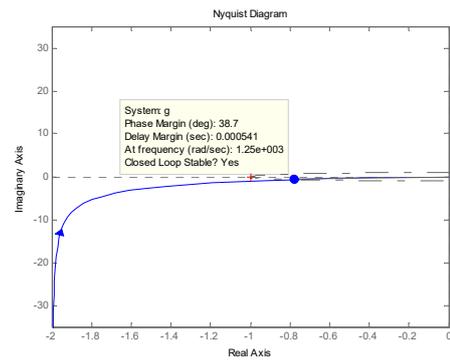
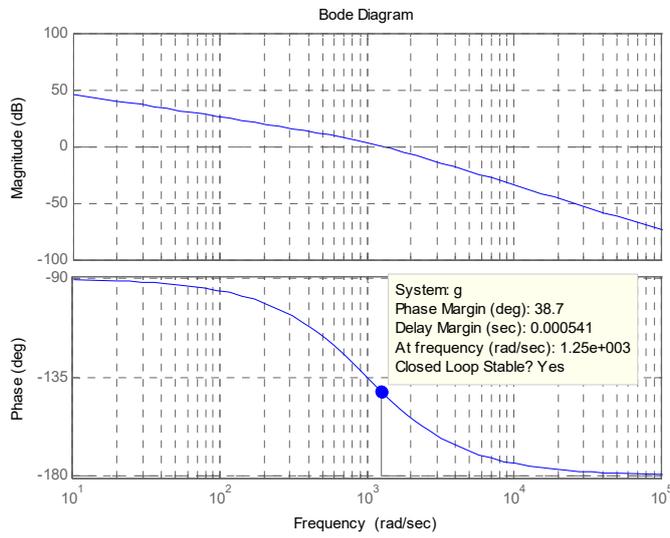
1.



2.



3. y 4.



### Problema 2 (3 puntos -45 minutos)

Para controlar la temperatura del agua a la salida de una caldera a gas,  $T$ , se ha instalado un sistema como el mostrado en la figura. La entrada es una intensidad eléctrica de referencia,  $i_r$ , relacionada con la temperatura deseada, que se compara con la intensidad,  $i_b$ , que es proporcional con constante  $K_b$  a la temperatura de salida del agua,  $T$ . El resultado de la comparación se amplifica para obtener la intensidad,  $i_a$ , según la expresión  $i_a(t) = K(i_r(t) - i_b(t))$ . La intensidad  $i_a$  se utiliza para controlar la apertura de una válvula que regula el caudal de gas,  $p$ , mediante la ecuación:  $p(t) + \dot{p}(t) = 4i_a(t) + 50$ . La ecuación que representa el proceso de calentamiento es  $T(t) + 10\dot{T}(t) = 1.5p(t)$

Dato:  $K_b = 0.2 \text{ mA/}^\circ\text{C}$

Se pide:

1. Ecuaciones del sistema y punto de equilibrio (temperatura constante) definido por  $p_0 = 50 \text{ Kg/cm}^2$ . (2 puntos)

Ecuaciones del sistema (1 punto)

$$i_b(t) = K_b T(t)$$

$$i_a(t) = K(i_r(t) - i_b(t))$$

$$p(t) + \dot{p}(t) = 4i_a(t) + 50$$

$$T(t) + 10\dot{T}(t) = 1.5p(t)$$

Punto de equilibrio (1 punto)

$$T_0 = 1.5p_0 = 75^\circ\text{C}, i_{a0} = 0 \text{ mA}, i_{b0} = 0.2T_0 = 15 \text{ mA}, i_{r0} = i_{b0} = 15 \text{ mA}$$

2. Diagrama de bloques entre  $i_r$  y  $T$ . (1 punto)

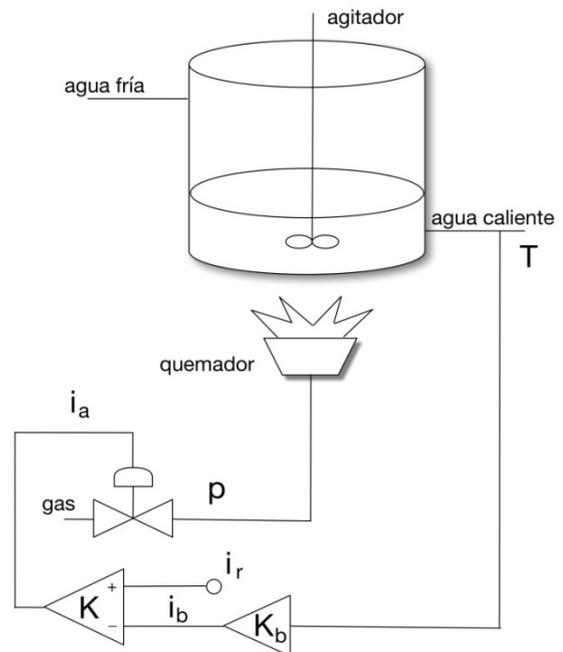
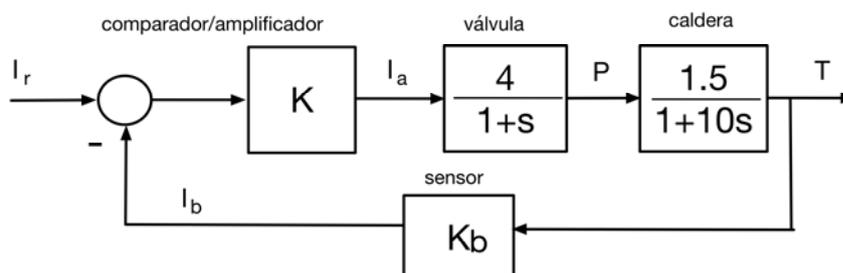
Linealizando y transformando por Laplace:

$$I_b(s) = 0.2T(s)$$

$$I_a(s) = K(I_r(s) - I_b(s))$$

$$P(s) + sP(s) = 4I_a(s)$$

$$T(s) + 10sT(s) = 1.5p(s)$$



**3. Estudiar la evolución de la respuesta temporal del sistema en base a las variaciones de la ganancia K. ¿Para qué valor de K se vuelve inestable el sistema? (2 puntos)**

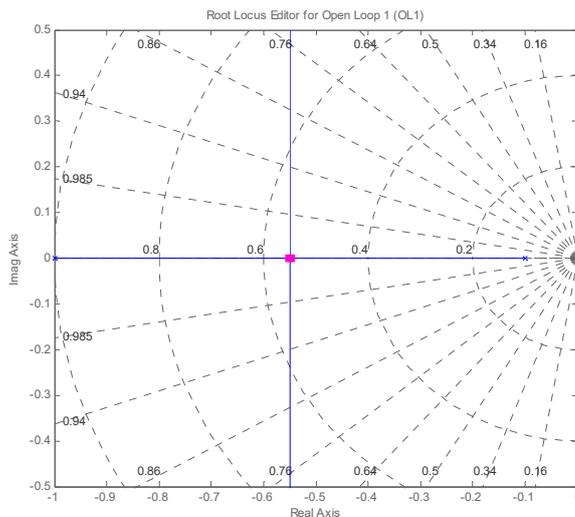
Se pide el lugar de las raíces y analizar mediante routh (no es estrictamente necesario) los valores de K para los cuales el sistema es estable. El LDR es bastante directo (dos polos sin ceros) y Routh se simplifica con Cardano-Vietta:

El sistema es estable si el denominador de M(s) cumple que todos sus coeficientes existen y son del mismo signo (1 punto):

$$0.1 + 0.12K > 0$$

$$K > -\frac{0.1}{0.12} = -0.83$$

En cuanto el LDR y su discusión es suficiente con el directo. Hay un punto de dispersión en el punto medio entre ambos polos, y dos ramas asintóticas  $\pm 90^\circ$ . El sistema se va acelerando hasta que en un punto pasa a oscilar siendo siempre estable. En al medida en que se incrementa el valor de K, al ser un sistema de Tipo 0, el error en posición se hará más pequeño (1 punto)



**4. Demostrar que la función de transferencia que relaciona  $i_r$  y T queda determinada por:**

$$M(s) = \frac{T(s)}{I_r(s)} = \frac{0.6K}{s^2 + 1.1s + 0.1 + 0.12K} \quad (1 \text{ punto})$$

**5. Si, estando el sistema en el punto de equilibrio, se incrementa la intensidad de referencia bruscamente, calcular el mayor valor de K posible para el que la respuesta del sistema no presenta oscilaciones amortiguadas.**

$$M(s) = \frac{T(s)}{I_r(s)} = \frac{0.6K}{s^2 + 1.1s + 0.1 + 0.12K} = \frac{K_e \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\xi = 1 \Rightarrow 2\omega_n = 1.1 \Rightarrow \omega_n = 0.55 \Rightarrow \omega_n^2 = 0.3025$$

$$0.1 + 0.12K = 0.3025 \Rightarrow K = 1.6875$$

**(2 puntos)**

También se ha considerado (y de hecho es más correcto) la solución que se obtiene para el punto en el que  $\xi = 0.707$  en cuyo caso se obtendría un valor de K de 4.3

